さて、Heisenberg Model では、Padé 近似の計算から、$\alpha \cong 1/3$，$\beta \cong 4/3$ と云われているが、実際にこれらの条件を充たすFree Energy を作る事ができる。例えば

$$F = A\tau^2 \ell n(\tau^{4/3} + a\tau^{\nu}\eta^2 + b\eta^4 + O(\eta^6)) \tag{2}$$

ここで、A，a，b，は τ によらないで全部正。また、ν は有理数 n/m で $2/3$ に極めて近く、n は odd で m も odd。例えば

$$\nu = (2\times qqq+1)/3\times qqq$$

であれば、(1)〜(5)の条件は総て充されている。

何れにしても Free Energy の型が(2)の様に対数函数の様な singular な函数によつて表わされるべきである事を強調したい。

稀薄磁性体について

桂　重俊・辻山　文治郎

今結晶格子を考え、格子の各点には Ising spin ($\mu_i = 1, -1$) 又は、非磁気原子 ($\mu_i = 0$) が存在するものとする。全エネルギーは近接スピン間の相互作用エネルギーのみの和で表わされるとすると

$$E = -\frac{J}{2}\sum_{\langle ij\rangle}\mu_i\mu_j - m\mathcal{H}\sum_i \mu_i$$

であらわされる。これより母函数

$$Z = \sum e^{K\Sigma\mu_i\mu_j + C\Sigma\mu_i + D\Sigma\mu_i^2}$$

を作るとスピンの濃度 p は $p = \partial \log Z/\partial D$ で表わされる。一次元の場合にこの

Z を求めることは固有値問題に帰着され、厳密にとける。計算については既に物性研究にのべたので研究会では数値計算の諸結果について説明した。この Model は真の平衡状態に対応し、Rushbrooke-Morgan-Abe の Model は高温で用意してから quench された系に対応するものであることが討論された。

強磁性を示す厳密解が得られる一模型

桂　重　俊・猪苗代　盛

一次元Heisenberg 模型のハミルトニアンをFermion 演算子でかくと

$$H = -\frac{J}{2} + \Sigma[(\varepsilon_0(k) + \varepsilon_1(k))a_k^+ a_k - m\mathscr{H}]$$

$$-\frac{J}{N}\Sigma\Sigma\Sigma\Sigma\,\delta_K(k_1+k_2-k_3-k_4)[\cos(k_1-k_4)-\cos(k_1-k_3)]$$

$$\times\, a_{k_1}^+ a_{k_2}^+ a_{k_3} a_{k_4}$$

である。これをHartree-Fock 近似を用いたlinked cluster 展開でとくと、一次の摂動項までで、分子場近似に似た強磁性を示す。所で上の δ_Kを $\delta_K(k_1-k_4)\ \delta_K(k_1-k_3)$ でおきかえるとそのハミルトニアンに対して、一次の摂動項はわからず、二次以上の摂動項が消えるのでこのモデルは厳密解として強磁性を示す一つのモデルとなる。このハミルトニアンをconfiguration space に戻すとspin のz 成分について、無限に遠くまでlong range の作用が働いて居り、丁度Kac-Uhlenbeck-Hemmer モデルの量子力学的 version といつたようなものになつている。